УДК 621.3.018.782.3

ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДВУХМАССОВОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПО РАСПОЛОЖЕНИЮ ПОЛЮСОВ ЕЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

♦♦♦♦♦

ASSESSMENT OF THE DYNAMIC PROPERTIES OF A TWO MASS ELECTROMECHANICAL SYSTEM BASED ON THE LOCATION OF THE POLES OF ITS TRANSFER FUNCTION IN THE COMPLEX PLANE

Нестеров Сергей Владимирович
кандидат технических наук,
доцент кафедры теплоэнергетики и теплотехники,
Кубанский государственный технологический университет
nesterov@kubstu.ru

Рубцов Максим Сергеевич
студент,
Кубанский государственный технологический университет
rubikmaxim@gmail.com

Аннотация. Представлены результаты исследований двухмассовой электромеханической системы с электродвигателем постоянного тока независимого возбуждения и пренебрежимо малым влиянием электромагнитной инерции его якорной цепи на динамические свойства системы. Определены условия, которым должны удовлетворять обобщенные параметры данной системы, чтобы она обладала требуемыми динамическими свойствами.

Ключевые слова: двухмассовая электромеханическая система, переходные процессы, корни характеристического уравнения.

Nesterov Sergej Vladimirovich
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor of the Department
of Thermal Power Engineering
and Thermal Engineering,
Kuban State University of Technology
nesterov@kubstu.ru

Rubtsov Maxim Sergeevich
Student,
Kuban State University of Technology
rubikmaxim@gmail.com

Annotation. The results of studies of a two mass electromechanical system with a DC motor of independent excitation and a negligibly small influence of the electromagnetic inertia of its armature circuit on the dynamic properties of the system are presented. The conditions that the generalized parameters of this system must satisfy in order for it to have the required dynamic properties are determined.

Keywords: two mass electromechanical system, transient processes, roots of the characteristic equation.

Объектом исследования является двухмассовая электромеханическая система (ДЭМС) с электродвигателем постоянного тока независимого возбуждения, малым влиянием электромагнитной инерции якорной цепи которого на динамические свойства этой системы допустимо пренебречь [1]. Рассматриваемая ДЭМС по каналу регулирующего воздействия имеет передаточную функцию [2]:

$$\frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{1}{c} \frac{1}{\frac{T_{\text{м}}}{\Omega_{12}^2} s^3 + \frac{\gamma}{\Omega_{12}^2} s^2 + T_{\text{м}} s + 1}, \qquad (1)$$

где ω – угловая скорость механизма; U – напряжение, приложенное к якорной цепи электродвигателя; c – коэффициент ЭДС и момента электродвигателя при номинальном магнитном потоке; $T_{\text{м}}$ – электромеханическая постоянная времени ДЭМС; Ω_{12} – собственная частота двухмассовой механической системы; γ – коэффициент, учитывающий распределение масс; s – оператор преобразования Лапласа.

В работе [3] представлены некоторые результаты оценки динамических свойств такой ДЭМС, которые были получены в ходе анализа их связи с полюсами передаточной функции (1) – корнями характеристического уравнения системы:

$$\frac{T_{\text{м}}}{\Omega_{12}^2}s^3+\frac{\gamma}{\Omega_{12}^2}s^2+T_{\text{м}}s+1=0. \quad (2)$$

В той же работе показано, что уравнение (2) при определенных значениях параметров ДЭМС имеет действительный отрицательный корень и два комплексных сопряженных корня с отрицательной действительной частью:

$$s_1=-\alpha_1; \quad (3)$$

$$s_{2,3}=-\alpha_2\pm j\beta_2. \quad (4)$$

Очевидно, что такой вариант корней (полюсов) возможен только при отрицательном дискриминанте характеристического уравнения (2), которое в этом случае может быть приведено к виду:

$$(s+\alpha_1)(s^2+2\alpha_2 s+\alpha_2^2+\beta_2^2)=0. \quad (5)$$

Однако, при одном и том же виде характеристического уравнения (5) и передаточной функции (1) ДЭМС несколько по-разному проявляет свои динамические свойства. Каждому из этих проявлений соответствует один из трех раскладов корней характеристического уравнения (5), отличающихся взаимным их расположением на комплексной плоскости в левой ее части [3].

В настоящей работе рассматривается частный случай расклада корней характеристического уравнения (5) при условии, что $\alpha_1>\alpha_2$, и:

$$\alpha_1=\sqrt{\alpha_2^2+\beta_2^2}; \quad (6)$$

$$\alpha_2=\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_1; \quad (7)$$

$$\beta_2=0{,}5\alpha_1. \quad (8)$$

При выполнении условий (6)-(8) корни характеристического уравнение (5) располагаются на окружности радиуса α_1 симметрично относительно действительной оси в левой части комплексной плоскости, как это показано на рисунке 1.

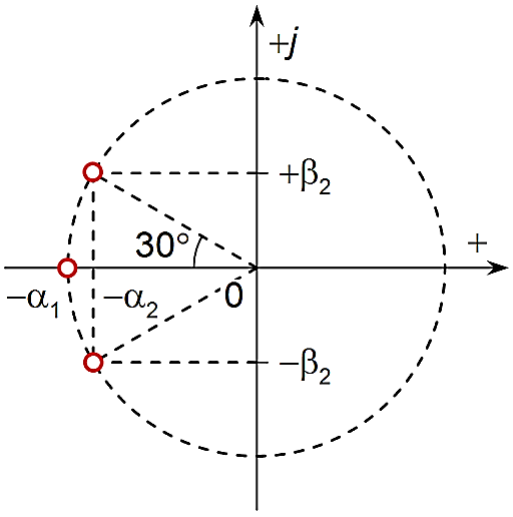


Рисунок 1 – Расположение корней характеристического уравнения ДЭМС на комплексной плоскости

Само же уравнение (5) принимает вид:

$$(s+\alpha_1)(s^2+\sqrt{3}\alpha_1 s+\alpha_1^2)=0 \tag{9}$$

или

$$\frac{1}{\alpha_1^3}s^3+\frac{1+\sqrt{3}}{\alpha_1^2}s^2+\frac{1+\sqrt{3}}{\alpha_1}s+1=0. \tag{10}$$

Поскольку характеристические уравнения (2) и (10) эквивалентны, справедливы следующие соотношения:

$$\left.\begin{aligned}\frac{T_{\text{м}}}{\Omega_{12}^2}&=\frac{1}{\alpha_1^3};\\ \frac{\gamma}{\Omega_{12}^2}&=\frac{1+\sqrt{3}}{\alpha_1^2};\\ T_{\text{м}}&=\frac{1+\sqrt{3}}{\alpha_1}.\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Соотношения (11) позволяют определить условие, которому должны удовлетворять обобщенные параметры рассматриваемой ДЭМС, чтобы она обладала динамическими свойствами, соответствующими рассматриваемому расположению полюсов передаточной функции (1) системы. Это условие имеет вид:

$$\left.\begin{aligned}\gamma&=(1+\sqrt{3})^2;\\ T_{\text{м}}^2\Omega_{12}^2&=(1+\sqrt{3})^3.\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Литература

1. Ключев В.И. Теория электропривода. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.
2. Добробаба Ю.П. Критерии качества переходных процессов в электромеханической системе / Ю.П. Добробаба, С.В. Нестеров // Известия вузов. Электромеханика. – 1990. – № 12. – С. 91–94.
3. Нестеров С.В. Анализ связи корней характеристического уравнения двухмассовой электромеханической системы с ее динамическими свойствами // Электронный сетевой политематический журнал «Научные труды КубГТУ». – 2026. – № 3. – С. 489–503.

References

1. Klyuchev V.I. Theory of Electric Drive. – M. : Energoatomizdat, 1985. – 560 p.
2. Dobrobaba Yu.P. Quality Criteria for Transient Processes in an Electromechanical System / Yu.P. Dobrobaba, S.V. Nesterov // Izvestiya Vuzov. Electromechanics, 1990. – № 12. – P. 91–94.
3. Nesterov S.V. Analysis of the relationship between the roots of the characteristic equation of a two mass electromechanical system and its dynamic properties // Electronic network polythematic journal «Scientific Works of KubSTU». – 2026. – № 3. – P. 489–503.