УДК 519.6

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ ДЛЯ РАСЧЁТА СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В СПИРАЛЬНОМ КАНАЛЕ УСТРОЙСТВА ОЧИСТКИ

♦♦♦♦♦

USING THE DIMENSIONAL ANALYSIS METHOD TO CALCULATE THE AVERAGE FLOW SPEED OF THE LIQUID IN THE SPIRAL CHANNEL OF THE CLEANING DEVICE

Терехов В.В.
кандидат технических наук,
доцент,
Краснодарское высшее
военное авиационное училище летчиков
kvvaul@mil.ru

Выскубов Е.В.
кандидат технических наук,
Краснодарское высшее
военное авиационное училище летчиков
kvvaul@mil.ru

Терехов В.В.
магистрант,
Кубанский государственный технологический университет
mitya.ivanov.2015@gmail.com

Terekhov V.V.
PhD in Technical Sciences,
Associate Professor,
Krasnodar Higher Military Flight School
kvvaul@mil.ru

Vyskubov E.V.
PhD in Technical Sciences,
Krasnodar Higher Military Flight School
kvvaul@mil.ru

Terekhov V.V.
Master's Student,
Kuban State Technological University
mitya.ivanov.2015@gmail.com

Аннотация. В научной статье авторы рассматривают использование метода анализа размерностей для расчёта средней скорости движения жидкости в спиральном канале устройства очистки. В ходе исследования проведён количественный анализа размерностей входных параметров системы, определены: безразмерные комплексы π_1, π_2 и π_3, а также физические выражения расчёта средней скорости движения жидкости в спиральном канале через коэффициенты подобия. Качественный анализ размерностей входных параметров системы показывает связь и пропорциональную зависимость средней скорости движения жидкости $\vartheta_{ср}$ с входными параметрами: расходом жидкости Q, общим сечением канала $S_{\text{общ}}$ устройства очистки, средним радиусом кривизны спирали R, плотности $\rho_{\text{ж}}$ и динамической вязкость жидкости μ.

Ключевые слова: анализ размерностей, спиральный канал, средняя скорость движения жидкости, независимые размерности, Пи-теорема, устройство очистки жидкости, числа подобия, критериев подобия.

Annotation. In the scientific article, the author considers the use of the dimensional analysis method to calculate the average velocity of the fluid in the spiral channel of the cleaning device. During the study, a quantitative analysis of the dimensions of the system's input parameters was conducted, and the following were determined: the dimensionless complexes π_1, π_2 and π_3, as well as the physical expressions for calculating the average velocity of the fluid in the spiral channel using the similarity coefficients. A qualitative analysis of the dimensions of the system's input parameters shows a connection and proportional dependence of the average fluid velocity $\vartheta_{ср}$ on the input parameters: fluid flow rate Q, total channel cross-section $S_{\text{общ}}$, average spiral radius of curvature R, fluid density $\rho_{\text{ж}}$, and fluid dynamic viscosity μ.

Keywords: dimensional analysis, spiral channel, average fluid velocity, independent dimensions, Pi theorem, fluid purification device, similarity numbers, similarity criteria.

Применение на практике анализа размерностей, позволяет определять числа подобия, не имея математического описания физического процесса, а лишь зная, от каких параметров он зависит [1]. Для определения средней скорости движения жидкости в спиральном канале устройства очистки жидкости на основе спирали Архимеда (УО) [2, 3], а также связи и пропорциональных зависимостей средней скорости движения жидкости от входных параметров воспользуемся методом анализа размерностей.

Рассмотрим методику проведения анализа размерностей [1]:

1. Составим полный список независимых переменных, существенно влияющих на исследуемый процесс. Определим количество параметров задачи исследования, n.

2. Выберем класс LMT основных независимых размерностей задачи, k.

3. Согласно Пи-теореме определим число искомых чисел подобия $p = n - k$.

4. Выбор способа определения чисел подобия и определение критериев подобия.

5. Оценить полученные критерии подобия с точки зрения физического смысла и практической пригодности.

6. Рассмотреть альтернативные формы критериев, задаваясь другими вариантами независимых степеней или преобразуя уже полученные критерии.

Проведем анализ размерностей.

Исходные данные для исследования: принимаем ламинарный режим течения жидкости в спиральном канале УО [2, 3]. Требуется определить среднюю скорость движения жидкости в канале УО. При этом не учитывается влияние длины спирали L и перепад давления УО $\Delta p = p_1 - p_2$.

Исследование разобьём на этапы.

1. Этап: постановка задачи и группировка параметров. Будем считать, что средняя скорость движения жидкости:

$$\vartheta_{ср} = \frac{Q}{S_{\text{общ}}}$$

является функцией расхода жидкости Q, общего сечения канала $S_{\text{общ}}$ УО, среднего радиуса кривизны спирали R, плотности жидкости $\rho_{\text{ж}}$, динамической вязкости жидкости μ ($\rho_{\text{ж}}$, μ = const):

$$\vartheta_{ср} = f\left(Q, S_{\text{общ}}, R\ , \rho_{\text{ж}}, \mu\ \right).$$

Группируем параметры задачи на входные и один выходной, затем записываем в виде таблицы 1.

Таблица 1 – Параметры задачи по группам

№ п/п	Физические величины	Обозначение	Формула размерности	
1.	Входные параметры: Расход жидкости	Q	$м^3/с$	L^3T^{-1}
	Общее сечение канала	$S_{\text{общ}}$	$м^2$	L^2
	Средний радиус кривизны спирали	R	м	L
	Плотность жидкости	$\rho_{\text{ж}}$	$кг/м^3$	ML^{-3}
	Динамическая вязкость жидкости	μ	$кг/м \cdot с$	$ML^{-1}T^{-1}$
2.	Выходные параметры: Средняя скорость движения жидкости	$\vartheta_{ср}$	$м/с$	LT^{-1}
3.	Итого	6	3	

2 Этап: вывод динамических чисел подобия. В этой задаче n размерных параметров $n = 6$ и k независимые размерности $k = 3$. Поэтому число безразмерных параметров, характеризующих явление, по Пи-теореме $(n - k)$, $p = n - k = 6 - 3 = 3$.

По способу глобального критерия будем искать единый критерий подобия

$$\pi = F\left(\vartheta_{ср}, Q, S_{\text{общ}}, R,\ \rho_{\text{ж}}, \mu\right)$$

в виде степенного комплекса:

$$\pi = C \cdot \vartheta_{\text{ср}}^{z1} Q^{z2} S_{\text{общ}}^{z3} R^{z4} \rho_{\text{ж}}^{z5} \mu^{z6}. \quad (1)$$

Перепишем выражение (1) в размерностях:

$$[\pi] = [C][\vartheta]_{\text{ср}}^{z1}[Q]^{z2}[S]_{\text{общ}}^{z3}[R]^{z4}[\rho]_{\text{ж}}^{z5}[\mu]^{z6},$$

или

$$M^0L^0T^0 = 1 \cdot (LT^{-1})^{z1}(L^3T^{-1})^{z2}(L^2)^{z3}(L)^{z4}(ML^{-3})^{z5}(ML^{-1}T^{-1})^{z6},$$

$$M^0L^0T^0 = (L^{z1}T^{-z1})(L^{3z2}T^{-z2})(L^{2z3})(L^{z4})(M^{z5}L^{-3z5})(M^{z6}L^{-z6}T^{-z6}),$$

$$M^{z5+z6}L^{z1+3z2+2z3+z4-3z5-z6}T^{-z1-z2-z6} = M^0L^0T^0.$$

Уравнивая показатели степеней слева и справа, получаем:

$$\begin{gathered} z_5 + z_6 = 0, \\ z_1 + 3z_2 + 2z_3 + z_4 - 3z_5 - z_6 = 0, \\ -z_1 - z_2 - z_6 = 0. \end{gathered} \tag{2}$$

Решаем эту систему уравнений относительно z_6, z_4 и z_1:

$$\begin{gathered} z_6 = -z_5, \\ z_1 + z_4 - z_6 = -3z_2 - 2z_3 + 3z_5, \\ -z_1 = z_2 + z_6. \end{gathered}$$

Находим решение:

$$\begin{gathered} z_6 = -z_5, \\ z_1 = -z_2 - z_6, \\ z_4 = (-3z_2 - 2z_3 + 3z_5) - z_1 + z_6 = -3z_2 - 2z_3 + 3z_5 + z_2 + z_6 - z_5 = \\ = -2z_2 - 2z_3 + z_5. \end{gathered}$$

В окончательном виде:

$$z_1 = -z_2 - z_6,\ z_4 = -2z_2 - 2z_3 + z_5,\ z_6 = -z_5. \tag{3}$$

Подставляем найденные значения в выражение (1):

$$\pi = C \cdot \vartheta_{\text{ср}}^{z1}Q^{z2}S_{\text{общ}}^{z3}R^{z4}\rho_{\text{ж}}^{z5}\mu^{z6} = C \cdot \vartheta_{\text{ср.опт}}^{-z2+z5}Q^{z2}S_{\text{общ}}^{z3}R^{-2z2-2z3+z5}\rho_{\text{ж}}^{z5}\mu^{-z5} =$$

$$= C \cdot \left(\vartheta_{\text{ср}}^{-z2}\, Q^{z2}R^{-2z2}\right)\left(S_{\text{общ}}^{z3}R^{-2z3}\right)\left(\vartheta_{\text{ср.опт}}^{z5}\, R^{z5}\, \rho_{\text{ж}}^{z5}\mu^{-z5}\right).$$

В результате выражение (1) приводим к виду:

$$\pi = C \cdot \left(\frac{Q}{\vartheta_{\text{ср}}R^2}\right)^{z2}\left(\frac{S_{\text{общ}}}{R^2}\right)^{z3}\left(\frac{\vartheta_{\text{ср}}\, R\, \rho_{\text{ж}}}{\mu}\right)^{z5} = C \cdot (\pi_1)^{z2}(\pi_2)^{z3}(\pi_3)^{z5}.$$

Удостоверимся, что выражения, стоящие в скобках, являются безразмерными:

$$[\pi_1] = \left[\frac{Q}{\vartheta_{\text{ср}}R^2}\right] = \frac{L^3T^{-1}}{LT^{-1}L^2} = \frac{L^3T^{-1}}{L^3T^{-1}} = 1,$$

$$[\pi_2] = \left[\frac{S_{\text{общ}}}{R^2}\right] = \left[\frac{L^2}{L^2}\right] = 1,$$

$$[\pi_3] = \left[\frac{\vartheta_{\text{ср}}\, R\, \rho_{\text{ж}}}{\mu}\right] = \left[\frac{LT^{-1}LML^{-3}}{ML^{-1}T^{-1}}\right] = \left[\frac{ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-1}T^{-1}}\right] = 1.$$

Безразмерные комплексы:

$$\pi_1 = \frac{Q}{\vartheta_{\text{ср}}R^2},\ \pi_2 = \frac{S_{\text{общ}}}{R^2},\ \pi_3 = \frac{\vartheta_{\text{ср}}\, R\, \rho_{\text{ж}}}{\mu}.$$

После отыскания критериев подобия можно любой параметр выразить через них. Например, через критерии подобия π_1 выразим среднюю скорость движения жидкости в основном канале УО:

$$\vartheta_{\text{ср}} = \frac{Q}{\pi_1 \cdot R^2}, \tag{4}$$

из выражения (4) следует, что средняя скорость жидкости в спиральном канале УО, при входных параметрах Q, R обратно пропорциональна квадрату радиуса кривизны спирали [4].

Для точного определения зависимости средней скорости движения жидкости от входных параметров $\vartheta_{ср} = f(Q, S_{общ}, R, \rho_{ж}, \mu)$ необходимо провести серию экспериментов на физической модели с заданными параметрами системы, $Q, S_{общ}, R, \rho_{ж}, \mu$. Зная конкретные значения входных параметров, определим критерии подобия π_1, π_2 и π_3, используем значения критериев подобия для масштабирования параметров устройства.

Таким образом, в ходе проведённого количественного анализа размерностей входных параметров системы, определены: безразмерные комплексы π_1, π_2 и π_3, а также физические выражения средней скорости движения жидкости в спиральном канале через коэффициенты подобия [4]. Качественный анализ размерностей входных параметров системы показывает связь и пропорциональную зависимость средней скорости движения жидкости $\vartheta_{ср}$ с входными параметрами: расходом жидкости Q, общим сечением канала $S_{общ}$ УО, средним радиусом кривизны спирали R, плотности жидкости $\rho_{ж}$ и динамической вязкость жидкости μ [2, 3].

Литература

1. Крамаренко Н.В. Методы подобия в механике. Анализ размерностей : учеб. пособие. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2020. – 212 с.
2. Устройство для очистки горюче-смазочных материалов с прямолинейными одним входным и двумя выходными каналами / В.В. Терехов [и др.] // Патент на полезную модель № 227812, 07.08.2024. Заявка № 2024110541 от 16.04.2024.
3. Терехов В.В. Анализ конструктивных особенностей устройств очистки жидкости на основе спирали Архимеда // XIV Международная научно-практическая конференция молодых ученых, посвященная 63-й годовщине полета Ю.А. Гагарина в космос 10–11 апреля 2025 года. – Краснодар : Издательский Дом – Юг, 2025. – С. 122–131.
4. Мицель А.А. Методы оптимизации : учеб. пособие / А.А. Мицель, А.А. Шелестов, В.В. Романенко. – Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2020. – Ч. 1. – 350 с.

References

1. Kramarenko N.V. Similarity Methods in Mechanics. Dimensional Analysis : tutorial. – Novosibirsk : NSTU Publishing House, 2020. – 212 p.
2. Device for Cleaning Fuels and Lubricants with Rectilinear One Inlet and Two Outlet Channels / V.V. Terekhov [et al.] // Utility Model Patent No. 227812, August 07, 2024. Application № 2024110541 dated April 16, 2024.
3. Terekhov V.V. Analysis of design features of liquid purification devices based on the Archimedes spiral // XIV International Scientific and Practical Conference of Young Scientists dedicated to the 63rd anniversary of Yuri Gagarin's flight into space on April 10–11, 2025. – Krasnodar : Publishing House – Yug, 2025. – P. 122–131.
4. Mitsel A.A. Optimization Methods: a tutorial / A.A. Mitsel, A.A. Shelestov, V.V. Romanenko. – Tomsk : Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 2020. – Part 1. – 350 p.