УДК 531.8

ТЕОРЕМЫ, ПРИНЦИПЫ И УРАВНЕНИЯ МЕХАНИКИ

THEOREMS, PRINCIPLES AND EQUATIONS OF MECHANICS

Смелягин Анатолий Игоревич
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой теоретической механики,
Кубанский государственный
технологический университет
Тел.: +7(861) 251-87-05
asmelyagin@yandex.ru

Smelyagin Anatoly Igorevich
doctor of technical Sciences,
Professor, head of Department of
theoretical mechanics
Kuban State University of Technology
Ph.: +7(861) 251-87-05
asmelyagin@yandex.ru

Аннотация. Опираясь на новые аксиомы, принципы и следствия движения материальных объектов природы, выведены основные теоремы, принципы и уравнения механики. Полученные результаты позволяют формализовать и упростить процедуры, связанные с написанием уравнений движения материальных тел и механических систем.

Ключевые слова: движение, теорема, принцип, уравнение, следствие, сила, момент, энергия, соэнергия, скорость, ускорение, время, материальное тело, материальная точка, механическая система, механический объект, аналитическая механика, кинетостатика, масса, момент инерции.

Annotation. Based on the new axioms, principles and effects of motion of material objects of nature, derived the basic theorems, principles and equations of mechanics. The obtained results allow to formalize and simplify the procedures related to the writing of the equations of motion of material bodies and mechanical systems.

Keywords: motion, a theorem principle equation, effect, force, torque, energy, soenergiya, velocity, acceleration, time, material body mass point, mechanical systems, mechanical object, analytical mechanics, kinetostatics, mass moment of inertia.

Введение

При исследовании движения материальных объектов и механических систем очень часто используются общие теоремы динамики, принципы и уравнения аналитической механики [1, 2, 3]. Эти теоремы, принципы и уравнения формализуют, а, следовательно, упрощают процедуры построения динамических моделей исследуемых систем и составления дифференциальных уравнений движения механических объектов.

Все теоремы динамики, принципы и уравнения логично вытекают из законов Ньютона и аналитической механики Лагранжа [1, 2]. Так как законы Ньютона недостаточно объективны и сформулированы для не существующего в природе объекта [4, 5], а именно материальной точки, то выведенные на их основе теоремы и уравнения следует признать не совсем корректными.

В [6] сформулированы основные аксиомы, принципы и следствия для материальных объектов природы. В соответствии с [6] механическое движение материальных объектов описывается следующими уравнениями.

$$\begin{cases} \dfrac{d\overline{K}_{\text{п}}}{dt} = \overline{F} \\ \dfrac{d\overline{K}_{\text{в}}}{dt} = \overline{M} \end{cases}, \tag{1}$$

где $\overline{K}_{\text{п}} = m \cdot \overline{V}$ — соэнергия поступательно движущегося тела; $\overline{V}$ — скорость центра масс тела; $\overline{F}$ — главный вектор сил; $\overline{K}_{\text{в}} = I \cdot \overline{\omega}$ — соэнергия вращающегося тела; $\overline{\omega}$ — угловая скорость тела; $\overline{M}$ — главный момент (вектор моментов сил).

В частном случае при m = const и I = const, из (1) получим

$$\begin{cases} m \cdot \overline{a} = \overline{F} \\ I \cdot \overline{\varepsilon} = \overline{M} \end{cases}, \qquad (2)$$

где $\overline{a}$ — ускорение центра масс тела или материальной точки; $\overline{\varepsilon}$ — угловое ускорение тела.

Практический синтез и анализ механических систем показывает, что непосредственное применение уравнений (1) и (2) для исследования динамики реальных объектов затруднено [1]. Поэтому для упрощения исследования механических систем применяют эти общие теоремы динамики и принципы механики.

Опираясь на сформулированные в [6] основные аксиомы, принципы и следствия для материальных объектов, сформулируем теоремы, принципы и уравнения механики для наиболее распространенных механических систем, у которых массы и моменты инерции в процессе движения остаются неизменными, то есть ***m***= *const* и ***I***=*const.*

Теорема о движении центра масс

Центр масс тела — это геометрическая точка, к которой условно приведена вся масса тела. Так как центр масс — это точка, то для исследования ее движения при принятых допущениях достаточно только первого уравнения системы (2).

Тогда уравнение движения центра масс механической системы (твердого тела) примет вид

$$m \cdot \overline{a} = \overline{F}. \qquad (3)$$

Из (3) следует:

● *центр масс механической системы (твердого тела) движется, так же как и материальная точка.*

Итак, чтобы знать местоположение и основные кинематические параметры механического объекта, достаточно знать, как движется его центр масс.

Теорема об изменении соэнергии

В [7] предложено бессмысленное понятие количества движения заменить понятием соэнергия.

Под соэнергией $\overline{K}$ материального тела (точки) будем понимать произведение массы (момента инерции) тела на его соответствующую скорость.

Соэнергия определяется как для поступательного $\overline{K}_{\text{п}}$, так и вращательного $\overline{K}_{\text{в}}$ движения тела (материальной точки).

Соэнергия величина векторная, её направление совпадает с соответствующим направлением скорости.

Система уравнений (1) это дифференциальная форма записи теоремы об изменении соэнергии материального тела.

Из (1) следует:

● *изменение соэнергии тела во времени равно сумме сил (интегральных мер) и моментов сил (интегральных мер), взаимодействующих с ним тел;*

● *изменение соэнергии материальной точки во времени равно сумме сил (интегральных мер), взаимодействующих с ней тел;*

Для нахождения интегральной формы теоремы об изменении соэнергии механического объекта разделим переменные в (1) и проинтегрируем полученные выражения

$$\begin{cases} \int_{\overline{K}_{\text{п}1}}^{\overline{K}_{\text{п}2}} d\overline{K}_{\text{п}} = \int_{t_1}^{t_2} \overline{F} dt \\ \int_{\overline{K}_{\text{в}1}}^{\overline{K}_{\text{в}2}} d\overline{K}_{\text{п}} = \int_{t_1}^{t_2} \overline{M} dt \end{cases}. \qquad (4)$$

Введем обозначения

$$\begin{cases}\overline{S}_F = \int_{t_1}^{t_2} \overline{F} dt \\ \overline{S}_M = \int_{t_1}^{t_2} \overline{M} dt\end{cases}, \tag{5}$$

где $\overline{S}_F$ и $\overline{S}_M$, соответственно, главный вектор импульса силы и момента силы; $\overline{K}_{п1}$, $\overline{K}_{п2}$, $\overline{K}_{в1}$, $\overline{K}_{в2}$ — соответственно, соэнергии тела в начальный t_1 и конечный t_2 момент времени при поступательном и вращательном его движении.

Проинтегрировав (4) и учитывая (5), получим

$$\begin{cases}\overline{K}_{п2} - \overline{K}_{п1} = \overline{S}_F \\ \overline{K}_{в2} - \overline{K}_{в1} = \overline{S}_M\end{cases}. \tag{6}$$

Система уравнений (6) — интегральная форма записи теоремы об изменении соэнергии.

Из (6) следует:

● *изменение соэнергии тела при его поступательном и вращательном движении равно соответствующему главному вектору силового импульса, который воздействовал ни него в этот промежуток времени.*

Для материальной точки теорема об изменении соэнергии (6) примет вид

$$\overline{K}_2 - \overline{K}_1 = \overline{S}_F. \tag{7}$$

Из (7) следует:

● *изменение соэнергии материальной точки при её движении равно главному вектору импульса силы, который воздействовал на неё в этот промежуток времени.*

Теорема об изменении кинетической энергии

В [7] показано, что энергия является основным, первичным понятием определяющим движение и взаимодействие материальных объектов.

Для доказательства теоремы об изменении кинетической энергии, преобразуем (2) к виду

$$\begin{cases}m\dfrac{d\overline{V}}{dt} = \overline{F} \\ I\dfrac{d\overline{\omega}}{dt} = \overline{M}\end{cases}. \tag{8}$$

Скалярно умножим и разделим правые части уравнений (8) на $d\overline{S}$ и $d\overline{\varphi}$, соответственно, в результате получим

$$\begin{cases}m\dfrac{d\overline{V}}{dt} \cdot \dfrac{d\overline{S}}{d\overline{S}} = \overline{F} \\ I\dfrac{d\overline{\omega}}{dt} \cdot \dfrac{d\overline{\varphi}}{d\overline{\varphi}} = \overline{M}\end{cases}, \tag{9}$$

где $\overline{S}$ и $\overline{\varphi}$ — перемещение центра масс и угол поворота исследуемого тела, соответственно.

Разделим переменные в (9)

$$\begin{cases}m\overline{V} \cdot d\overline{V} = \overline{F} \cdot d\overline{S} \\ I\overline{\omega} \cdot d\overline{\omega} = \overline{M} \cdot d\overline{\varphi}\end{cases}. \tag{10}$$

Внесем под знак дифференциала первые сомножители уравнений (10), в результате получим

$$\begin{cases} d\left(\dfrac{mV^2}{2}\right) = \overline{F} \cdot d\overline{S} \\ d\left(\dfrac{I\omega^2}{2}\right) = \overline{M} \cdot d\overline{\varphi} \end{cases}. \tag{11}$$

Введем обозначения

$$\begin{cases} \dfrac{mV^2}{2} = T_{\text{п}} \\ \dfrac{I\omega^2}{2} = T_{\text{в}} \end{cases} \tag{12}$$

и

$$\begin{cases} \overline{F} \cdot d\overline{S} = dA_F \\ \overline{M} \cdot d\overline{\varphi} = dA_M \end{cases}, \tag{13}$$

где $T_{\text{п}}$ и $T_{\text{в}}$ — кинетическая энергия тела при его поступательном и вращательном движении, соответственно; dA_F и dA_M — элементарные работы сил и моментов сил, соответственно.

С учетом (12) и (13) система (11) примет вид

$$\begin{cases} dT_{\text{п}} = dA_F \\ dT_{\text{в}} = dA_M \end{cases}. \tag{14}$$

Проинтегрируем (14)

$$\begin{cases} \int_{T_{\text{п}0}}^{T_{\text{п}1}} dT_{\text{п}} = \int_0^{A_F} dA_F \\ \int_{T_{\text{в}0}}^{T_{\text{в}1}} dT_{\text{в}} = \int_0^{A_M} dA_M \end{cases}. \tag{15}$$

После интегрирования (15), получим

$$\begin{cases} T_{\text{п}1} - T_{\text{п}0} = A_F \\ T_{\text{в}1} - T_{\text{в}0} = A_M \end{cases}, \tag{16}$$

где $T_{\text{п}1}$ и $T_{\text{п}0}$ — кинетическая энергия тела в конечном и начальном положении при его поступательном движении, соответственно; $T_{\text{в}1}$ и $T_{\text{в}0}$ — кинетическая энергия тела в конечном и начальном положении при его вращательном движении, соответственно; A_F и A_M — работы сил и моментов сил на исследуемом перемещении, соответственно.

Сложим первое и второе уравнения системы (16)

$$\left(T_{\text{п}1} + T_{\text{в}1}\right) - \left(T_{\text{п}0} + T_{\text{в}0}\right) = A, \tag{17}$$

где $A = A_F + A_M$ — работа сил и моментов сил на исследуемом перемещении; $T_1 = T_{\text{п}1} + T_{\text{в}1}$ и $T_0 = T_{\text{п}0} + T_{\text{в}0}$ — кинетическая энергия тела в конечном и начальном положении, соответственно.

С учетом введенных обозначений (17) примет вид

$$T_1 - T_0 = A. \tag{18}$$

Из (18) следует:

● *изменение кинетической энергии тела при его перемещении равно работе сил и моментов сил, действующих на него на этом перемещении.*

Из (18) так же вытекает то, что энергия, а не сила, является основным понятием при исследовании движения материальных объектов, так как только энергия объединяет все виды движения.

Для тела, совершающего только поступательное или только вращательное движение (17) примет вид, соответственно

$$T_{п1} - T_{п0} = A\,, \tag{19}$$

$$T_{в1} - T_{в0} = A\,. \tag{20}$$

Теорема об изменении кинетической энергии для материальной точки в соответствии с (18) будет иметь вид

$$T_1 - T_0 = A\,, \tag{21}$$

где T_1 **и** T_0 — кинетическая энергия материальной точки в конечном и начальном положении, соответственно.

Тогда из (21) следует:

● *изменение кинетической энергии материальной точки при её перемещении равно работе сил, действующих на неё на этом перемещении.*

Принцип кинетостатики

Принцип кинетостатики рассмотрим для свободных и не свободных материальных объектов.

Для свободного материального тела система уравнений (2) примет вид

$$\begin{cases} m\bar{a} = \bar{F} \\ I\bar{\varepsilon} = \bar{M} \end{cases}. \tag{22}$$

Введем обозначения

$$\begin{cases} \bar{\Phi} = -m\bar{a} \\ \bar{M}_{\Phi} = -I\bar{\varepsilon} \end{cases}, \tag{23}$$

где $\bar{\Phi}$ и $\bar{M}_{\Phi}$ — сила и момент сил инерции.

Знак минус в (23) указывает на то, что сила и момент сил инерции направлены противоположно соответствующим ускорениям.

С учетом (23) система (22) примет вид

$$\begin{cases} \bar{F} + \bar{\Phi} = 0 \\ \bar{M} + \bar{M}_{\Phi} = 0 \end{cases}. \tag{24}$$

Из (24) следует:

● *в каждый момент времени действующие на свободно движущееся материальное тело внешние и инерционные силы и моменты сил образуют уравновешенную (статическую) систему сил.*

Для свободной материальной точки система уравнений (24) примет вид

$$\bar{F} + \bar{\Phi} = 0\ . \tag{25}$$

Из (25) следует:

● *в каждый момент времени действующие на свободно движущуюся материальную точку внешние и инерционные силы образуют уравновешенную (статическую) систему сил.*

Для не свободного материального тела система уравнений (2) примет вид

$$\begin{cases} m\bar{a} = \bar{F} + \bar{R} \\ I\bar{\varepsilon} = \bar{M} + \bar{M}_R \end{cases}, \tag{26}$$

где $\bar{R}$ и $\bar{M}_R$ — реакции связей.

С учетом принятых обозначений (23) система уравнений (26) примет вид

$$\begin{cases} \bar{F} + \bar{R} + \bar{\Phi} = 0 \\ \bar{M} + \bar{M}_R + \bar{M}_\Phi = 0 \end{cases}. \tag{27}$$

Из (27) следует:

● *в каждый момент времени действующие на не свободно движущееся материальное тело внешние и инерционные силы и моменты и сил, а также силы и моменты сил реакций связей образуют уравновешенную (статическую) систему сил.*

Для не свободной материальной точки система уравнений (27) примет вид

$$\bar{F} + \bar{R} + \bar{\Phi} = 0. \tag{28}$$

Из (28) следует:

● *в каждый момент времени действующие на не свободно движущуюся материальную точку внешние и инерционные силы и моменты и сил, а также силы и моменты сил реакций связей образуют уравновешенную (статическую) систему сил.*

Если механический объект находится в равновесии (покое), то $\bar{\Phi} = 0$ и $\bar{M}_\Phi = 0$.

Тогда (35) примет вид

$$\begin{cases} \bar{F} + \bar{R} = 0 \\ \bar{M} + \bar{M}_R = 0 \end{cases}$$

Последняя система уравнений — это уравнения статики (равновесия) механических систем.

Общие уравнения динамики и статики

Вывод общих уравнений динамики и статики базируется на положениях аналитической механики [3].

Так в аналитической механике силы и моменты сил, действующие на механические объекты, разделяют на активные (внешние, задаваемые) и реакции. Внешние силы $\bar{F}$ и моменты $\bar{M}$ вызывают или изменяют движение, а реакции $\bar{R}$ и $\bar{M}_R$ — препятствуют движению.

В аналитической механике считают, что все наложенные на механические объекты связи являются идеальными.

При выводе уравнений движения механическим объектам сообщаются виртуальные перемещения, которые обозначаются символом $\boldsymbol{\delta}$.

С учетом принятых в аналитической механике положений, движение исследуемого механического объекта можно представить в виде

$$\begin{cases} \bar{F} + \bar{R} + \bar{\Phi} = 0 \\ \bar{M} + \bar{M}_R + \bar{M}_\Phi = 0 \end{cases}. \tag{29}$$

Сообщим объекту виртуальное перемещение и найдем работу на этом перемещении

$$\begin{cases} \bar{F} \cdot \delta\bar{r} + \bar{R} \cdot \delta\bar{r} + \bar{\Phi} \cdot \delta\bar{r} = 0 \\ \bar{M} \cdot \delta\bar{\varphi} + \bar{M}_R \cdot \delta\bar{\varphi} + \bar{M}_\Phi \cdot \delta\bar{\varphi} = 0 \end{cases}. \tag{30}$$

Так как связи идеальные, то

$$\begin{cases} \overline{R}\cdot\delta\overline{r} = 0 \\ \overline{M}_R\cdot\delta\overline{\varphi} = 0 \end{cases}. \tag{31}$$

С учетом (30) система (31) примет вид

$$\begin{cases} \overline{F}\cdot\delta\overline{r} + \overline{\Phi}\cdot\delta\overline{r} = 0 \\ \overline{M}\cdot\delta\overline{\varphi} + \overline{M}_\Phi\cdot\delta\overline{\varphi} = 0 \end{cases}. \tag{32}$$

Сложим первое и второе уравнения (32)

$$\overline{F}\cdot\delta\overline{r} + \overline{M}\cdot\delta\overline{\varphi} + \overline{\Phi}\cdot\delta\overline{r} + \overline{M}_\Phi\cdot\delta\overline{\varphi} = 0. \tag{33}$$

Обозначим

$$\begin{cases} \sum\delta A = \overline{F}\cdot\delta\overline{r} + \overline{M}\cdot\delta\overline{\varphi} \\ \sum\delta A_\Phi = \overline{\Phi}\cdot\delta\overline{r} + \overline{M}_\Phi\cdot\delta\overline{\varphi} \end{cases}, \tag{34}$$

где δA — работа активных сил и моментов сил на виртуальном перемещении; δA_Φ — работа сил инерции и моментов сил инерции на виртуальном перемещении.

С учетом (34) уравнение (33) примет вид

$$\sum\delta A + \sum\delta A_\Phi = 0. \tag{35}$$

Последнее уравнение (35) называют общим уравнением динамики.

Из (35) следует:

● *сумма работ активных и инерционных сил и моментов сил на возможном перемещении равна нулю.*

Если механический объект находится в равновесии (покое), то $\sum\delta A_\Phi = 0$ и (35) примет вид

$$\sum\delta A = 0. \tag{36}$$

Уравнение (36) является общим уравнением статики.

Из (36) следует:

● *сумма работ активных сил и моментов сил на возможном перемещении равна нулю.*

Уравнение Лагранжа II рода

Уравнение Лагранжа II рода находит широкое применения при исследовании движения как механических, так и электрических, электромеханических, магнитных, электромагнитных систем и имеет следующий вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i. \tag{37}$$

где T — кинетическая энергия механической системы; q_i — i-я обобщенная координата; $\dot{q}_i$ — скорость i-ой обобщенной координаты; $Q_i = Q_{ai} + Q_{\tau i} + Q_{\pi i}$ — обобщенная сила; Q_{ai}, $Q_{\tau i}$, $Q_{\pi i}$ — обобщенные активные, диссипативные и потенциальные силы, соответственно.

Кинетическая энергия T материального объекта в общем случае определяется как скалярное произведение соэнергии $\overline{K}$ и соответствующей движению скорости $\overline{U}$

$$T = a\overline{K}\cdot\overline{U}, \tag{38}$$

где $a = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}$ — коэффициент, величина которого зависит от вида движения; $\overline{K}$ — соэнергия; $\overline{U}$ — соответствующая движению скорость; $\overline{U} = \overline{V}$ и $\overline{U} = \overline{\omega}$ при поступательном и вращательном движении, соответственно, [2].

Из (38) следует, что в частном случае при *m=const, I=const* и скорости, не зависящей от обобщенной координаты, кинетическая энергия T зависит только от скорости обобщенной координаты.

Следовательно, в уравнении (37)

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = 0 . \tag{39}$$

С учетом (39) уравнение (37) примет вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) = Q_i . \tag{40}$$

Кинетическая энергия материальных тел, у которых масса и момент инерции при их движении остаются постоянными (m = const и I = const*),* в соответствии с [3] и (38) определится

$$T = \frac{1}{2}\overline{K} \cdot \overline{U} . \tag{41}$$

Если механическая система одновременно включает в себя несколько тел, которые совершают как простейшие, так и сложные движения, тогда кинетическая энергия такой системы определится следующим образом

$$T = \sum T_i . \tag{42}$$

С учетом (41), уравнение (42) примет вид

$$T = \sum \frac{1}{2}\overline{K}_i \cdot \overline{U}_i . \tag{43}$$

Уравнение (42) с учетом (43) можно представить следующим образом

$$\sum T_i = \frac{1}{2} m_{\text{пр}i} \cdot U_i^2 , \tag{44}$$

где $m_{\text{пр}i}$ — приведенная масса.

Уравнение (44) можно представить в виде скалярного произведения следующим образом

$$T = \frac{1}{2}\overline{K}_{\text{пр}i} \cdot \overline{U}_i , \tag{45}$$

где

$$\overline{K}_{\text{пр}i} = m_{\text{пр}i} \cdot \overline{U}_i \text{ —} \tag{46}$$

приведенная соэнергия механической системы.

Частная производная энергии механической системы T по скорости обобщенной координаты $\overline{U}$, с учетом (44) определится

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial U_i} = m_{\text{пр}i} U_i . \tag{47}$$

Подставив (47) в (40) получим

$$\frac{d\left(m_{\text{пр}i} U_i\right)T}{dt} = Q_i . \tag{48}$$

Так как $m_{\text{пр}i} = \text{const}$, (48) примет вид

$$m_{\text{пр}i} \frac{dU_i}{dt} = Q_i \tag{49}$$

или $$m_{\text{пр}i} \cdot u_i = Q_i \,, \tag{50}$$

где u_i — соответствующее движению ускорение; $u_i = a$ и $u_i = \varepsilon$ при поступательном и вращательном движении, соответственно.

Для материальной точки и тела, совершающего поступательное движение, (44) примет вид

$$m_{\text{пр}i} \frac{dV}{dt} = Q_i \tag{51}$$

или $$ma = Q_i \,. \tag{52}$$

Для тела, совершающего вращательное движение, уравнения (49) и (50) примут вид, соответственно

$$m_{\text{пр}i} \frac{d\omega_i}{dt} = Q_i \,. \tag{53}$$

$$m_{\text{пр}i} \cdot \varepsilon_i = Q_i \,. \tag{54}$$

Уравнения (48–54) позволяют записывать уравнения движения механических объектов со многими степенями свободы.

Литература:

1. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М. : Высш. шк., 1990. – 607 с.
2. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. 2-е изд. – М. : Изд-во МГУ, 2000. – 720 с.
3. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики. – Киев : Наук. Думка, 1989. – 864 с.
4. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 1. – С. 21–25.
5. Смелягин А.И. Аксиомы или законы движения сформулировал И. Ньютон // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 2. – С. 11–16.
6. Смелягин А.И. Аксиомы движения материальных тел // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 3. – С. 19–34.
7. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2014. – № 2. – С. 17–26.

References:

1. Nikitin N.N. Course of theoretical mechanics. – M. : Higher. sc., 1990. – 607 p.
2. Golubev Y.F. Basics of theoretical mechanics. 2nd ed. – M. : MGU, 2000. – 720 p.
3. Kuz'michev V.E. Laws and formulas of physics. – Kiev : Science. Dumka, 1989. – 864 p.
4. Smelyagin A.I. Objects for which the axioms or laws of classical mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 1. – P. 21–25.
5. Smelyagin A.I. Axioms or laws of motion formulated by Newton // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 2. – P. 11–16.
6. Smelyagin A.I. The axioms of motion of material bodies // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 3. – P. 19–34.
7. Smelyagin A.I. Basic, primary concepts of mechanics // Science. Engineering. Technology (polytechnical bulletin). – 2014. – № 2. – P. 17–26.