УДК 532

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫТЕСНЕНИЯ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ ДВУХФАЗНОЙ ДИСПЕРСНОЙ СРЕДЫ В ЩЕЛЬ СПИРАЛЬНОГО КАНАЛА УСТРОЙСТВА ОЧИСТКИ ЖИДКОСТИ

MATHEMATICAL MODEL OF DISPLACEMENT OF A SOLID PARTICLE OF A TWO-PHASE DISPERSED MEDIUM INTO THE SLOT OF A SPIRAL CHANNEL OF A LIQUID PURIFICATION DEVICE

Терехов В.В.
кандидат технических наук,
доцент,
Краснодарское высшее военное
авиационное училище летчиков
kvvaul@mil.ru

Выскубов Е.В.
кандидат технических наук,
Краснодарское высшее военное
авиационное училище летчиков
kvvaul@mil.ru

Медведев А.В.
учащийся «Гимназии № 18», г. Краснодар
valmed67@mail.ru

Терехов В.В.
студент,
Кубанский государственный технологический университет
mitya.ivanov.2015@gmail.com

Аннотация. В научной статье рассматривается математическое описание процесса осаждения твердой частицы двухфазной дисперсной среды в канале устройства очистки жидкости на основе спирали Архимеда. Рассмотрена схема сил действующих на частицу в основном канале устройства очистки жидкости и уравнение для равнодействующей всех приложенных к ней сил. Предложена математическая модель движения частицы в потоке жидкости, представленная системой уравнений. Проведенное исследование показало, что на траекторию движения частицы и осаждение её в спиральном канале устройства очистки жидкости оказывают влияние: физические свойства жидкости, радиус кривизны спирали устройства, физические свойства и масса частицы, а так же центростремительное ускорение.

Ключевые слова: спираль Архимеда, устройство очистки жидкости, поток жидкости, осаждение частицы, математическая модель, траектория движения частицы, система дифференциальных уравнений.

Terekhov V.V.
PhD Technical Sciences,
Associate Professor,
Krasnodar Higher Military Flight School
kvvaul@mil.ru

Vyskubov E.V.
PhD Technical Sciences,
Krasnodar Higher Military Flight School
kvvaul@mil.ru

Medvedev A.V.
Student of Gymnasium № 18, Krasnodar
valmed67@mail.ru

Terekhov V.V.
Student,
Kuban State Technological University
mitya.ivanov.2015@gmail.com

Annotation. The scientific article discusses the mathematical description of the deposition of a solid particle of a two-phase dispersed medium in the channel of a liquid purification device based on the Archimedes spiral. The scheme of forces acting on a particle in the main channel of a liquid purification device and the equation for the resultant of all forces applied to it are considered. A mathematical model of the motion of a particle in a fluid flow is proposed, represented by a system of equations. The study showed that the trajectory of the particle and its deposition in the spiral channel of the liquid purification device are influenced by: the physical properties of the liquid, the radius of curvature of the spiral of the device, the physical properties and mass of the particle, as well as centripetal acceleration.

Keywords: Archimedes spiral, liquid purification device, liquid flow, particle deposition, mathematical model, particle trajectory, system of differential equations.

Современный уровень мирового производства предполагает потребление в технологических целях огромных объемов пресной воды, достигающих в 2025 году по прогнозу более 5 триллионов кубических метров в год (рисунок 1) [1]. После использования воды в технологических процессах образуются промышленные стоки, которые подлежат глубокой очистке, как от растворимых примесей, так и от нерастворимых дисперсных (жидких и твердых) взвесей. Очистные сооружения сточных вод в основной массе устарели морально, физически и не справляются с требуемой нагрузкой, а в некоторых населённых пунктах их просто нет. Проблема очистки промышленных стоков приобретает всё более серьёзное значение, поскольку большинство очистных сооружений предприя-

тий не в состоянии обеспечить качественную очистку стоков в соответствии с существующими нормативами [2].

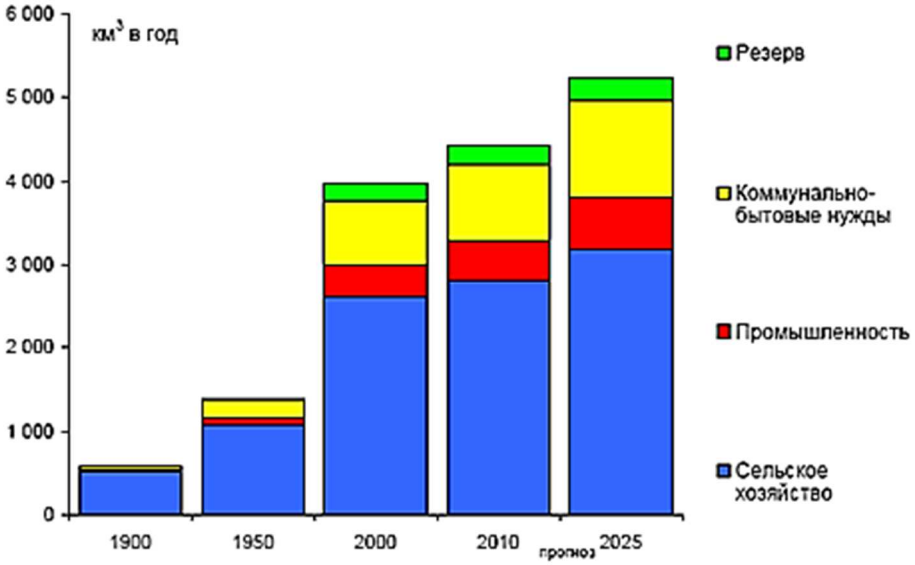

Рисунок 1

Несмотря на применение схем оборотного водоснабжения, количество сточных вод промышленных предприятий катастрофически увеличивается. Кроме того, острейшей проблемой остается качественная очистка воды в водозаборах для промышленных и бытовых целей в связи с огромными объемами потребляемой водопроводной воды [3]. Большие объемы стоков накладывают особые требования к устройствам очистки (УО) и качеству очистки.

В настоящее время становится актуальной проблема разработки простых в эксплуатации, недорогих и эффективных УО, позволяющих полностью или частично решать вопросы по очистке промышленных и коммунально-бытовых сточных вод.

На рисунке 2 изображен вид спереди устройства для очистки жидкости на основе спирали Архимеда с прямолинейными одним входным и двумя выходными каналами (далее по тексту устройство очистки, УО). На рисунке 3 – разрез устройства (А-А). Устройство очистки состоит из: корпуса 1 и крышки 5 (рисунок 2). На корпусе 1 расположены выходной патрубок 3 и патрубок для отвода примесей 4 (рисунок 2). Входной патрубок 2 расположен в месте соединения крышки 5 и корпуса 1 (рисунок 2). К входному патрубку 2, выходному патрубку 3 и патрубку для отвода примесей 4 (рисунки 2, 3) подключены прямолинейно каналы таким образом, что поток жидкости при входе и выходе из каналов не меняет свое направление. Спиралеобразный основной канал 7 (рисунок 3) имеет круглое поперечное сечение и выводится в выходной патрубок 3 (рисунок 3). По внешней образующей основного канала 7 (рисунок 3) выполнена внешняя щель для отвода примесей, соединяющаяся по всей длине с внешним каналом отвода примесей 6 (рисунок 3), который имеет круглое поперечное сечение и выводится в выходной патрубок для отвода примесей 4 (рисунок 3) [4].

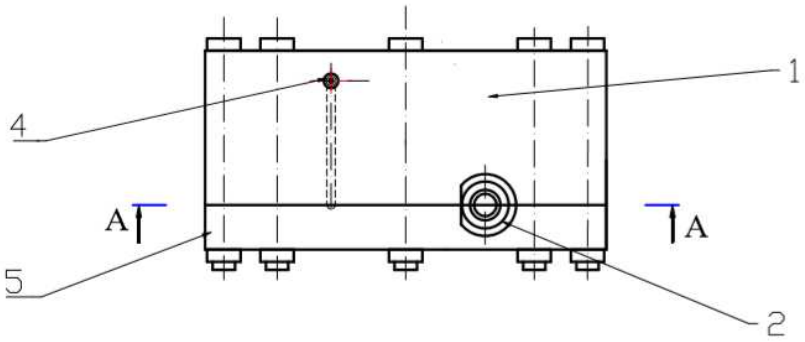

Рисунок 2

Устройство очистки работает следующим образом: загрязненная жидкость под давлением подается во входной патрубок 2 (рисунок 2) и далее поступает в спиралеобразный основной канал 7 (рисунок 3). Поскольку основной канал 7 имеет криволинейную форму, на жидкость и взвешенные в ней твёрдые частицы примесей действуют центробежные силы. Под действием этих сил происходит распределение по плотности частиц жидкости и примесей в поперечном сечении основного канала 7 (рисунок 3). Частицы примесей жидкости, имеющие плотность больше плотности основного потока жидкости, вытесняются к внешней стороне спиралеобразного основного канала 7 (рисунок 3). Такие частицы примесей, достигнув стенки канала 7 с внешней стороны спирали, через щель попадают во внешний канал 6 (рисунок 3) отвода примесей и далее через выходной патрубок отвода примесей 4 (рисунок 2) в технологическую емкость (не показана). Очищенная жидкость, пройдя спиралеобразный основной проточный канал 7, попадает в выходной патрубок 3 (рисунок 3), который соединяется с емкостью для сбора очищенной жидкости (не показана) [4].

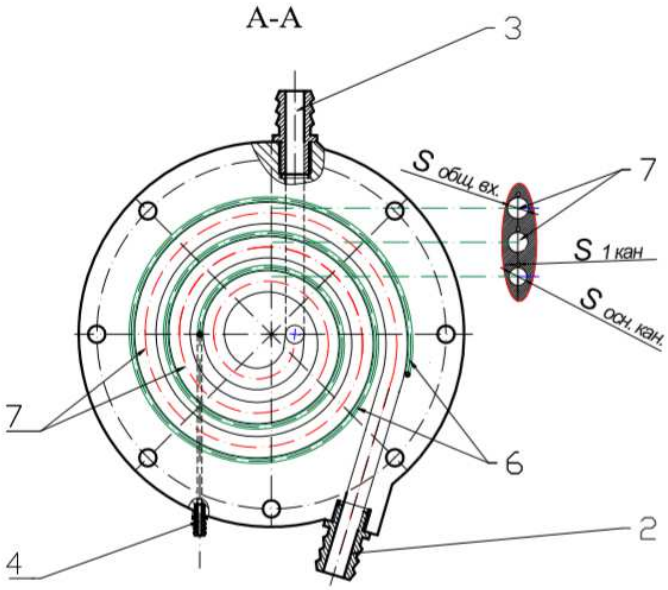

Рисунок 3

Для математического описания и моделирования процесса осаждения твердых частиц двухфазной дисперсной среды в спиральном канале УО принимаем ряд допущений:

1. Вязкость жидкости не зависит от температуры, т.к. температура изменяется незначительно.
2. Считаем, что характер (режим) протекания жидкости в спиральном канале УО – ламинарный.
3. Предполагается, что твёрдая частица достаточно мала, поэтому при движении она не возмущает жидкость и не оставляет за собой никаких завихрений.
4. Пренебрегаем потерями на гидравлическое трение.
5. Для проведения расчетов полагаем, что плотность частицы больше плотности жидкости.
6. Частица имеет форму шара.

В соответствии со вторым законом Ньютона равнодействующая всех приложенных к частице сил равна (рисунок 4):

$$\overrightarrow{\boldsymbol{F}_{\text{н}}} + \overrightarrow{\boldsymbol{F}_{\text{ц}}} + \overrightarrow{\boldsymbol{F}_{\text{г}}} + \overrightarrow{\boldsymbol{F}_{\text{тр}}} + \overrightarrow{\boldsymbol{F}_{\text{А}}} = \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{\mathbf{a}}, \quad (1)$$

где $\overrightarrow{F_{\text{н}}}$ – сила напора насоса, $\overrightarrow{F_{\text{н}}} = m_{\text{ж}} \cdot \vec{a}$; $\overrightarrow{F_{\text{ц}}}$ – центробежная сила, $\overrightarrow{F_{\text{ц}}} = m_{\text{ч}} \cdot \overrightarrow{a_{\text{ц}}}$; $\overrightarrow{F_{\text{г}}}$ – сила гравитации (тяжести), $\overrightarrow{F_{\text{г}}} = m_{\text{ч}} \cdot \vec{g}$; $\overrightarrow{F_{\text{тр}}}$ – сила трения (лобового сопротивления), $\overrightarrow{F_{\text{тр}}} = 6 \cdot \pi \cdot r_{\text{ч}} \cdot \mu \cdot \overrightarrow{\vartheta_{\text{ч}}}$; $\overrightarrow{F_{\text{А}}}$ – сила Архимеда (выталкивающая сила), $\overrightarrow{F_{\text{А}}} = \rho_{\text{ж}} \cdot \vec{g} \cdot V_{\text{ч}}$ $m_{\text{ч}}\vec{\text{a}}$ – равнодействующая всех сил приложенных к частице.

С учетом выше изложенного выражение (1) принимает вид:

$$\boldsymbol{m}_{\text{ж}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{a}} + \mathbf{m}_{\text{ч}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{a}_{\text{ц}}} + \mathbf{m}_{\text{ч}} \cdot \vec{\boldsymbol{g}} + \mathbf{6} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{r}_{\text{ч}} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\vartheta}_{\text{ч}}} + \boldsymbol{\rho}_{\text{ж}} \cdot \vec{\boldsymbol{g}} \cdot \boldsymbol{V}_{\text{ч}} = \boldsymbol{m}_{\text{ч}} \cdot \vec{\mathbf{a}}, \quad (2)$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости; $Q_{\text{ж}}$ – расход жидкости; $\vartheta_{\text{ж}}$ – скорость жидкости; $m_{\text{ч}}$ – масса частицы; g – ускорение свободного падения; $d_{\text{ч}}$ – диаметр частицы; $r_{\text{ч}}$ – радиус частицы; $\vartheta_{\text{ч}}$ – скорость частицы; $\rho_{\text{ч}}$ – плотность частицы.

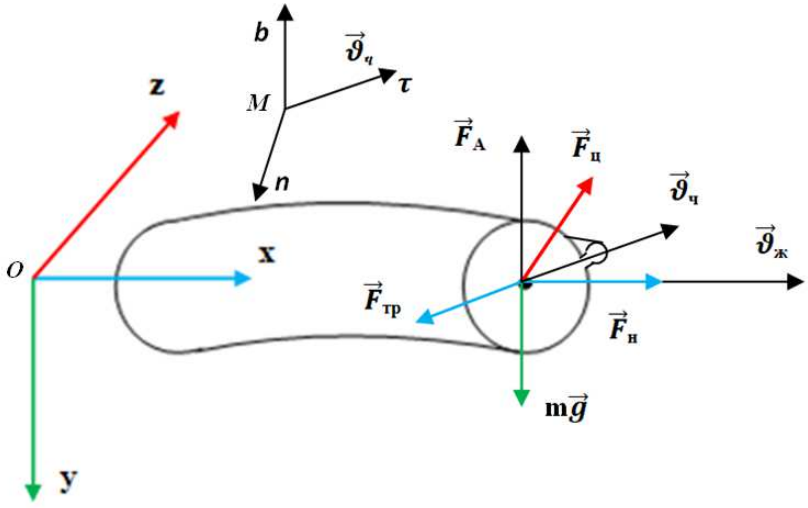

Рисунок 4 – Силы действующие на частицу в основном канале УО

Так как $m_ж = ρ_ж \cdot V_ж$, а объёмный расход жидкости определяется выражением $Q_ж = \frac{V_ж}{t}$, то объём жидкости, протекающий через канал УО, определим как $V_ж$=$Q_ж$t, тогда сила напора насоса $\vec{F_н} = ρ_ж \cdot Q_ж \cdot t \cdot \frac{d\vec{\vartheta}}{dt}$. Поскольку, $\vec{a_ц} = \frac{v^2}{\vec{r}}$, $m_ч = ρ_ч \cdot V_ч$, а в соответствии с принятым допущением о шарообразной форме частицы $V_ч = \frac{πd_ч^3}{6}$, то центробежная сила определяется выражением $\vec{F_ц} = ρ_ч \cdot \frac{πd_ч^3}{6} \cdot \frac{v^2}{\vec{r}}$, где $\vec{r}$ – радиус кривизны спирали.

В результате выражение (2) принимает вид:

$$\boldsymbol{ρ_ж Q_ж t \frac{d\vec{\vartheta_ж}}{dt} + ρ_ч \frac{πd^3}{6} \cdot \frac{v^2}{|\vec{r}|} + m_ч \vec{g} + 6 \cdot π \cdot r_ч \cdot μ \cdot \vec{\vartheta_ч} + ρ_ж \cdot \vec{g} \cdot \frac{πd_ч^3}{6} = m_ч \cdot \vec{a}}, \quad (3)$$

Когда заданы траектория точки и закон движения точки вдоль этой траектории в виде $s = f(t)$, значения векторов $\vec{\vartheta}$ и $\vec{a}$ целесообразно определять по их проекциям на неподвижной оси системы отсчёта Oxyz, а на подвижные оси M$\boldsymbol{τnb}$, имеющие начало в точке M и движущееся вместе с нею.

Эти оси, называемые осями естественного трёхгранника (или скоростными осями), направлены следующим образом (рисунок 4):

– ось M$\boldsymbol{τ}$ – по касательной к траектории в сторону положительного отсчета расстояния s;

– ось M$\boldsymbol{n}$ – по нормали к траектории, лежащей в соприкасающейся плоскости и направленной в сторону вогнутости траектории;

– ось Mb – перпендикулярно к первым двум так, чтобы она образовала с ними правую систему осей.

Нормаль M$\boldsymbol{n}$, лежащая в соприкасающейся плоскости (в плоскости самой кривой, если кривая плоская), называется главной нормалью, а перпендикулярная ей нормаль Mb – бинормалью [5].

Рассмотрим три уравнения для проекции сил на оси $\boldsymbol{τ, n}$ и $\boldsymbol{b}$. Каждое уравнение связывает между собой различные физические параметры: плотности жидкости и частиц, расход жидкости, радиус и диаметр частицы, вязкость, скорости и ускорения частицы по осям.

Построим проекции всех сил выражения (3) на оси $\boldsymbol{τ, n}$ и $\boldsymbol{b}$ (рисунок 4).

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{τ}: ρ_ж \cdot Q_ж \cdot t \cdot \frac{d\vartheta_ж}{dt} = m_ч \cdot a_τ \\ \boldsymbol{n}: ρ_ч \cdot \frac{π \cdot d_ч^3}{6} \cdot \frac{\vartheta_ч^2}{r} - 6 \cdot π \cdot r_ч \cdot μ \cdot \vartheta_{ч\,n} = m_ч \cdot a_n \\ \boldsymbol{b}: m_ч \cdot g - ρ_ж \cdot g \cdot \frac{πd_ч^3}{6} - 6 \cdot π \cdot r_ч \cdot μ \cdot \vartheta_{ч\,b} = m_ч \cdot a_b \end{array}\right\}, \quad (4)$$

где $a_τ$ – проекция ускорения частицы на ось $τ$; $\vartheta_{ч\,n}$ – проекция скорости частицы на ось n; a_n – проекция ускорения частицы на ось n; $\vartheta_{ч\,b}$ – проекция скорости частицы на ось b; a_b – проекция ускорения частицы на скоростную ось b.

Для исследования процесса осаждения частиц системы уравнений (4) необходимо определить проекции ускорений и скоростей частиц.

1 уравнение: $ρ_ж \cdot Q_ж \cdot t \cdot \frac{d\vartheta_ж}{dt} = m_ч \cdot a_τ$. Выразим неизвестную переменную, проекцию ускорения на ось $τ$ ($\boldsymbol{a_τ}$), для этого разделим обе части уравнения на $\mathbf{m_ч}$.

$\frac{\rho_ж \cdot Q_ж \cdot t \cdot \frac{d\vartheta_ж}{dt}}{m_ч} = a_\tau$ – уравнение движения частицы в жидкости вдоль оси τ, движение осуществляется по касательной к траектории движения основного потока жидкости. В уравнении a_τ зависит от производной скорости жидкости $\vartheta_ж$ по времени и изменения времени Δt. Для вычислений можно использовать известные величины: $\rho_ж, Q_ж, m_ч$.

2 уравнение: $\rho_ч \cdot \frac{\pi \cdot d_ч^3}{6} \cdot \frac{\vartheta_ч^2}{r} - 6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu \cdot \vartheta_{ч\,n} = m_ч \cdot a_n$. Упростим уравнение, записав его в виде: $m_ч \cdot \frac{\vartheta_ч^2}{r} - 6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu \cdot \vartheta_{ч\,n} = m_ч \cdot a_n$, где $V_ч = \frac{\pi d_ч^3}{6}$, а $m_ч = \rho_ч \cdot V_ч$. Выразим неизвестную переменную, проекцию ускорения на ось n (a_n), для этого разделим обе части уравнения на $m_ч$.

$\frac{\vartheta_ч^2}{r} - \frac{6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu \cdot \vartheta_{ч\,n}}{m_ч} = a_n$ – уравнение движения частицы в жидкости вдоль оси n, учитывающее разность центростремительного ускорения и силу сопротивления для частицы круглой формы (согласно закону Стокса). В уравнении a_n зависит от центростремительного ускорения $\frac{\vartheta_ч^2}{r}$ и скорости частицы $\vartheta_ч$ в спиральном канале УО, а также от проекции скорости частицы $\vartheta_{ч\,n}$ на ось n. Для вычислений можно использовать известные величины: $r, \pi, r_ч, \mu, m_ч$.

3 уравнение: $m_ч \cdot g - \rho_ж \cdot g \cdot \frac{\pi d_ч^3}{6} - 6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu \cdot \vartheta_{ч\,b} = m_ч \cdot a_b$. Выразим неизвестную переменную, проекцию ускорения на ось b (a_b), для этого разделим обе части уравнения на $\mathbf{m}_ч$.

$a_b = g - \frac{\rho_ж}{\rho_ч} \cdot g - \frac{6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu \cdot \vartheta_{ч\,b}}{m_ч}$, где $\rho_ч = {m_ч}/{V_ч}$, а $V_ч = \frac{\pi d_ч^3}{6}$. Вынесем за скобку $\mathbf{g}$ у первого и второго членов уравнения и получим:

$\mathbf{g} \cdot (\mathbf{1} - \frac{\rho_ж}{\rho_ч}) - \frac{6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu \cdot \vartheta_{ч\,b}}{m_ч} = a_b$ - уравнение движения частицы в жидкости вдоль оси бинормали, учитывающее силу тяжести, выталкивающую силу и силу сопротивления для частицы круглой формы (согласно закону Стокса). В уравнении a_b зависит от проекции скорости частицы $\vartheta_{ч\,b}$ на ось b, которая перпендикулярна к первым двум осям. Для вычислений можно использовать известные величины: $g, \rho_ж, \rho_ч, \pi, r_ч, \mu, m_ч$.

$$\left.\begin{array}{c} \frac{\rho_ж \cdot Q_ж \cdot t \cdot \frac{d\vartheta_ж}{dt}}{m_ч} = a_\tau \\ \frac{\vartheta_ч^2}{r} - \frac{6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu \cdot \vartheta_{ч\,n}}{m_ч} = a_n \\ \mathbf{g} \cdot (\mathbf{1} - \frac{\rho_ж}{\rho_ч}) - \frac{6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu \cdot \vartheta_{ч\,b}}{m_ч} = a_b \end{array}\right\}. \quad (5)$$

Таким образом, модель движения частицы в потоке жидкости, может представляться системой уравнений (5).

Для дальнейшего определения неизвестных выразим из системы уравнений (5) проекции установившихся значений скоростей на оси n и b при начальных значениях ускорений $a_n = 0$ и $a_b = 0$:

2 уравнение, $\vartheta_{ч\,n}$:

$$\vartheta_{ч\,n} = \frac{m_ч \cdot \vartheta_ч^2}{6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu \cdot r}. \quad (6)$$

3 уравнение, $\vartheta_{ч\,b}$:

$$\vartheta_{ч\,b} = \frac{m_ч \cdot g \cdot (1 - \frac{\rho_ж}{\rho_ч})}{6 \cdot \pi \cdot r_ч \cdot \mu}. \quad (6а)$$

Уравнения (6 и 6а) имеют только численное решение. Для полного решения системы уравнений необходимо проинтегрировать первое уравнение, с целью определения зависимости $\vartheta_ж(t)$.

Для интегрирования уравнения $\frac{\rho_ж \cdot Q_ж \cdot t \cdot \frac{d\vartheta_ж}{dt}}{m_ч} = a_\tau$, преобразуем его, умножив обе части на $m_ч$ и разделив на $\rho_ж$, $Q_ж, t$: $\frac{d\vartheta_ж}{dt} = \frac{a_\tau \cdot m_ч}{\rho_ж \cdot Q_ж} \cdot \frac{1}{t}$.

После разделение переменных $\vartheta_ж$ и t, получаем выражение:

$$d\vartheta_ж = \frac{a_\tau \cdot m_ч}{\rho_ж \cdot Q_ж} \cdot \frac{1}{t} dt. \quad (7)$$

Проведем интегрирование:

– интеграл по левой части (по $\vartheta_ж$):

$$\int d\vartheta_ж = \vartheta_ж + C_1;$$

– интеграл по правой части (по $\boldsymbol{t}$):

$$\frac{a_\tau \cdot m_ч}{\rho_ж \cdot Q_ж} \int \frac{1}{t} dt = \frac{a_\tau \cdot m_ч}{\rho_ж \cdot Q_ж} \ln|t| + C_2.$$

Проведем объединение результатов интегрирования. Для этого приравниваем интегралы и объединяем константы ($C = C_2 - C_1$): $\vartheta_ж(t) = \frac{a_\tau \cdot m_ч}{\rho_ж \cdot Q_ж} \ln t + C$.

Определяем константу С, из начальных условиях $\boldsymbol{\vartheta_ж(t_0) = \vartheta_{ж0}}$. При $t = t_0$: $C = \vartheta_{ж0} - \frac{a_\tau \cdot m_ч}{\rho_ж \cdot Q_ж} \ln t_0$.

Тогда итоговое решение уравнения будет иметь вид:

$$\boldsymbol{\vartheta_ж(t) = \frac{a_\tau \cdot m_ч}{\rho_ж \cdot Q_ж} \ln t + \left(\vartheta_{ж0} - \frac{a_\tau \cdot m_ч}{\rho_ж \cdot Q_ж} \ln t_0\right)}. \quad (8)$$

Решение содержит логарифмическую зависимость от времени, что характерно для уравнений с $\frac{1}{t}$ в правой части. Константа С определяется экспериментально или из начальных условий задачи.

Таким образом, проведенное исследование показывает, что на траекторию движения частицы и осаждение её в спиральном канале УО оказывают влияние:

– физические свойства жидкости двухфазной дисперсной среды – плотность жидкости, расход жидкости и скорость её движения в основном канале УО;

– геометрические размеры основного спиралеобразного канала УО – радиус кривизны спирали;

– физические свойства и масса частицы – плотность частицы, скорость движения частицы в основном канале УО и её геометрическая форма;

– центростремительное ускорение – с уменьшением радиуса спирали основного канала УО скорость осаждения твердых частиц двухфазной дисперсной среды увеличивается.

Список литературы:

1. URL : https://worldpopulationreview.com/country-rankings/water-consumption-by-country
2. URL : https://vigorconsult.ru/resources/mirovoy-ryinok-presnoy-vodyi
3. Коронкевич Н.И. Оценка современного водопотребления в мире и на континентах, его влияние на годовой речной сток / Н.И. Коронкевич, Е.А. Барабанова, И.С. Зайцева // Вестник РАН. – 2022. – Т. 92. – № 3. – С. 256–264.
4. Патент на полезную модель № 227821 от 07.08.2024 года. Устройство для очистки горюче-смазочных материалов с прямолинейным одним входным и двумя выходными каналами / В.В. Терехов, Ю.А. Савицкий, С.Е. Чабров, И.В. Сараев, Е.В. Выскубов, П.В. Чумак, В.В. Терехов.
5. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – Издание 10-е, переработанное и дополненное. – М. : «Высшая школа», 1986. – 416 с.
6. Ландау Л.Д. Гидродинамика. Теоретическая физика. – 3-е изд., переработанное / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. – Т. VI. – 736 с.
7. Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. – М. : Физматгиз, 1963. – Ч. 1. – 584 с.
8. Курочкин В.Е. Обзор математических моделей, описывающих процесс транспорта примесей и одиночных частиц в потоке жидкости / В.Е. Курочкин, Б.П. Шарфарец, Е.Б. Шарфарец // Научное приборостроение. – 2015. – Т. 25. – № 4. – С. 36–42.

List of references:

1. URL : https://worldpopulationreview.com/country-rankings/water-consumption-by-country
2. URL : https://vigorconsult.ru/resources/mirovoy-ryinok-presnoy-vodyi
3. Koronkevich N.I. Assessment of current water consumption in the world and on the continents, its impact on annual river runoff / N.I. Koronkevich, E.A. Barabanova, I.S. Zaitseva // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. – 2022. – Vol. 92. – № 3. – P. 256–264.
4. Patent for utility model № 227821 dated 08/07/2024. Device for cleaning fuels and lubricants with a straight one inlet and two outlet channels / V.V. Terekhov, Yu.A. Savitsky, S.E. Chabrov, I.V. Saraev, E.V. Vyskubov, P.V. Chumak, V.V. Terekhov.
5. Targ S.M. Brief Course in Theoretical Mechanics. – 10th edition, revised and supplemented. – M. : «Higher School», 1986. – 416 p.
6. Landau L.D. Hydrodynamics. Theoretical Physics. – 3rd edition, revised / L.D. Landau, E.M. Lifshitz. – M. : Science. Chief Editor of Phys-Math. Literature, 1986. – Vol. VI. – 736 p.
7. Kochin N.E. Theoretical hydromechanics / N.E. Kochin, I.A. Kibel, N.V. Roze. – M. : Fizmatgiz, 1963. – Part 1. – 584 p.
8. Kurochkin V.E. Review of mathematical models describing the process of transport of impurities and single particles in a fluid flow / V.E. Kurochkin, B.P. Sharfarets, E.B. Sharfarets // Scientific instrument making. – 2015. – Vol. 25. – № 4. – P. 36–42.