СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ТРАНСПОРТА И ХРАНЕНИЯ НЕФТИ, ГАЗА И ПРОДУКТОВ ПЕРЕРАБОТКИ

*****

MODERN TECHNOLOGIES FOR TRANSPORTATION AND STORAGE OF OIL, GAS AND REFINED PRODUCTS

УДК 621.039.64

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТОВ СУДОВ ДЛЯ МИНИМАТЕМИЗАЦИИ ВРЕМЕНИ ДОСТАВКИ НЕФТИ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА КОЛИЧЕСТВО СУДОВ И РЕЗЕРВУАРОВ

MATHEMATICAL MODEL OF THE SHIP ROUTE OPTIMIZATION PROBLEM FOR MINIMIZING OIL DELIVERY TIME CONSIDERING CONSTRAINTS ON THE NUMBER OF SHIPS AND TANKS

Рахман Алиев Ильгар оглы
докторант,
кафедра транспорта и хранения нефти и газа,
Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности
rahmanaliyevaz@gmail.com

Кузнецов Вячеслав Алексеевич
кандидат технических наук,
доцент,
кафедра транспорта и хранения нефти и газа,
Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности
viateslav@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается задача оптимизации маршрутов судов для минимизации времени доставки нефти, с учетом ограничений на количество судов и резервуаров. Математическая модель этой задачи представляет собой задачу смешанного целочисленного линейного программирования (MIP), которая включает линейные и целочисленные переменные. Задача включает в себя формулировку переменных, целевую функцию, ограничения на количество судов и резервуаров, а также ограничения на вместимость судов и потребности в нефти для каждого резервуара. Предлагается метод решения задачи с использованием как классических методов оптимизации, так и квантовых алгоритмов, таких как квантовый вариационный алгоритм (QA) и квантовый алгоритм Гровера, которые могут значительно ускорить поиск оптимального решения в случае сложных и больших задач.

Ключевые слова: оптимизация маршрутов, смешанное целочисленное линейное программирование, квантовый вариационный алгоритм, алгоритм Гровера, минимизация времени, логистика, квантовые вычисления, задачи распределения.

Rahman Aliyev Ilgar
Doctoral Student,
Department of Oil
and Gas Transportation and Storage,
Azerbaijan State Oil and Industry University
rahmanaliyevaz@gmail.com

Kuznetsov Vyacheslav Alekseevich
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor,
Department of Oil
and Gas Transportation and Storage,
Azerbaijan State Oil and Industry University
viateslav@mail.ru

Annotation. This paper addresses the problem of optimizing ship routes to minimize oil delivery time, considering constraints on the number of ships and tanks. The mathematical model of this problem is formulated as a Mixed-Integer Linear Programming (MIP) problem, which includes both linear and integer variables. The problem formulation consists of defining variables, an objective function, constraints on the number of ships and tanks, as well as constraints on ship capacity and oil demand for each tank. A solution method is proposed using both classical optimization methods and quantum algorithms, such as the Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA) and Grover's Algorithm, which can significantly accelerate the search for an optimal solution in complex and large-scale problems.

Keywords: route optimization, mixed-integer linear programming, quantum approximate optimization algorithm, Grover's algorithm, time minimization, logistics, quantum computing, distribution problems.

1. **Введение.** Задача оптимизации маршрутов судов для доставки нефти является важной частью логистических процессов на морских терминалах [1–3]. Для эффективного планирования маршрутов необходимо минимизировать время доставки нефти при соблюдении различных

ограничений, таких как количество судов, вместимость судов, потребности в нефти для каждого резервуара и другие параметры [4–7]. Эта задача может быть описана как задача оптимального распределения и маршрутизации и решается с помощью методов смешанного целочисленного линейного программирования (MIP).

2. Формулировка математической модели

Предположим, что имеется N судов и M резервуаров. Время доставки нефти от судна *i* к резервуару *j* обозначается как T_{ij}, где $T_{ij} \geq 0$. Переменная X_{ij} является бинарной переменной, равной 1, если судно *i* доставляет нефть в резервуар *j*, и 0 в противном случае. Также введем следующие параметры:

C_i – вместимость судна i,

D_j – потребность в нефти для резервуара *j*.

Целевая функция задачи состоит в минимизации времени доставки нефти:

$$\min \sum_{i-1}^{N} \sum_{j-1}^{M} T_{IJ} \cdot X_{ij}.$$

3. Ограничения модели

1. Ограничение на количество обслуживаемых резервуаров:

Каждое судно может обслуживать только один резервуар за один раз, и каждый резервуар должен быть обслужен хотя бы одним судном:

$$\sum_{i-1}^{N} X_{ij} = 1, \forall j \in \{1,2,....,M\}.$$

2. Ограничение на вместимость судов:

Каждое судно может доставить не более своей вместимости C_i и суммарный объем нефти, который оно доставляет, не может превышать этой вместимости:

$$\sum_{j-1}^{M} D_J \cdot X_{ij} \leq C_i, \forall_i \in \{1,2,...,N\}.$$

3. Ограничение на потребности резервуаров:

Потребность в нефти для каждого резервуара должна быть удовлетворена:

$$\sum_{i-1}^{N} X_{ij} = 1, \forall j \in \{1,2,...,M\}.$$

4. Бинарные переменные:

Переменные X_{ij} являются бинарными, что означает, что судно *i* может либо обслуживать резервуар *j*, либо нет:

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \forall_i \in \{1,2,..., N\}, J \in \{1,2,..., M\}.$$

4. Решение задачи

Задача может быть решена с использованием классических методов линейного программирования или смешанного целочисленного линейного программирования (MIP). Классические методы решения включают:

– Метод ветвей и границ (Branch-and-Bound);
– Алгоритм Гомори для целочисленных переменных;
– Алгоритмы на основе методов оптимизации с внутренней точкой для линейных задач.

Для более сложных задач можно применить квантовые методы, такие как квантовый вариационный алгоритм (QA) и квантовый алгоритм Гровера, которые ускоряют поиск оптимальных решений, особенно в случае очень больших и сложных задач.

5. Квантовые методы в решении задачи

1. Квантовый вариационный алгоритм (QA): QA является гибридным квантово-классическим алгоритмом, который сочетает квантовое вычисление для поиска решений и классическое вычисление для оптимизации параметров квантовой схемы. Он эффективно решает задачи оптимизации, такие как задачи маршрутизации. Применение QA позволяет ускорить поиск оптимальных решений для задачи минимизации времени доставки нефти.

2. Квантовый алгоритм Гровера: Алгоритм Гровера использует принцип амплитудного усиления, который позволяет ускорить процесс поиска в несортированных данных. В классической задаче поиска мы проверяем каждый элемент базы данных поочередно, что требует O(N) шагов, где N – это количество элементов в базе данных. Алгоритм Гровера же позволяет выполнить этот поиск за $O(\sqrt{N})$ шагов.

Для задачи маршрутизации судов это будет означать, что мы можем искать оптимальный маршрут, используя значительное меньшее количество шагов, чем при использовании классических методов.

Математическое описание Алгоритма Гровера

1. Инициализация: Начинаем с квантовой суперпозиции всех возможных решений, которые могут быть представлены в виде квантового состояния:

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x-0}^{N-1} |x\rangle,$$

где N — это количество возможных решений, а $|x\rangle$ – базовые состояния, соответствующие каждому возможному маршруту.

2. Оракул: Оракул – это квантовый оператор, который маркирует правильное решение, инвертируя амплитуду состояния, соответствующего правильному решению. Если мы обозначим правильное решение как x_0, то действие оракула O на состояние $|\psi\rangle$ выглядит следующим образом:

$$O|\psi\rangle = (-1)^{f(x)} |\psi\rangle,$$

где $f(x)$ — это функция, которая возвращает 1, если $x = x_0$, и 0 в противном случае. Таким образом, оракул инвертирует амплитуду состояния для правильного маршрута.

3. Операция амплитудного усиления: После применения оракула, амплитуду правильного решения усиливают с помощью оператора усиления амплитуды G. Этот оператор выполняет инверсию относительно средней амплитуды всех состояний. Алгоритм усиливает амплитуду правильного решения путем многократных применений оператора усиления. Операция усиления амплитуды выражается как:

$$G = 2|\psi_0\rangle\langle\psi_0| - I,$$

где $|\psi_0\rangle$ – начальное состояние, а I – единичный оператор.

4. Повторение

Процесс применения оракула и амплитудного усиления повторяется O($\sqrt{N}$) раз, что соответствует оптимальному количеству повторений для квадратичного ускорения по сравнению с классическим методом.

5. Измерение

После нескольких итераций алгоритма амплитуда правильного решения значительно возрастает, и, в результате измерения, с высокой вероятностью мы получаем правильный маршрут, минимизирующий время доставки нефти или топливные затраты.

Применение алгоритма Гровера в задаче маршрутизации судов

Для задачи маршрутизации судов, представление этой задачи в контексте Алгоритма Гровера можно сделать следующим образом:

1. Граф маршрутов: Каждый возможный маршрут между судном и резервуаром представляется как элемент в базе данных.

2. Оракул: Оракул проверяет, является ли маршрут оптимальным, то есть минимизирует ли он время доставки или расход топлива, удовлетворяет ли ограничениям на вместимость судов и потребности резервуаров.

3. Усиление амплитуды: После применения оракула усиление амплитуды направлено на увеличение вероятности нахождения оптимальных маршрутов, которые обеспечивают минимальное время доставки нефти.

Математическая модель задачи

Пусть у нас есть N судов и M резервуаров, и мы хотим минимизировать время доставки нефти или расход топлива. Тогда алгоритм Гровера применяет квантовые операции для поиска оптимального распределения судов по резервуарам, которое удовлетворяет всем ограничениям задачи.

Целевая функция:

$$\min \sum_{i-1}^{N} \sum_{j-1}^{M} T_{IJ} \cdot X_{ij},$$

где T_{ij} – время доставки нефти от судна i к резервуару j, X_{ij} – бинарная переменная, равная 1, если судно i доставляет нефть в резервуар j, и 0 в противном случае.

Ограничения:

Ограничение на количество судов и резервуаров: каждый резервуар должен быть обслужен хотя бы одним судном.

$$\sum_{i-1}^{N} X_{ij} = 1, \forall j \in \{1,2,...,M\}.$$

Ограничение на вместимость судов: каждое судно не может доставить нефти больше своей вместимости.

$$\sum_{j-1}^{M} D_J \cdot X_{ij} \le C_i, \forall_i \in \{1,2,...,N\},$$

где D_j – потребность в нефти для резервуара *j*, C_i – вместимость судна *i*.

Пример решения

Предположим, что имеется 3 танкера и 3 резервуара, и требуется минимизировать время доставки нефти от танкеров к резервуарам с учетом их вместимости и потребностей.

Пусть:

Танкер 1 имеет вместимость 1000 баррелей;

Танкер 2 – 1500 баррелей;

Танкер 3 – 1200 баррелей;

Резервуар 1 требует 1000 баррелей нефти;

Резервуар 2 – 1500 баррелей;

Резервуар 3 – 1200 баррелей.

При этом время доставки между танкерами и резервуарами задано матрицей T, и задача состоит в том, чтобы минимизировать суммарное время доставки, при этом соблюдая ограничения на вместимость танкеров и потребности резервуаров.

Решение задачи с помощью квантового алгоритма или классического метода может дать оптимальные маршруты, минимизируя время, что существенно повышает эффективность работы танкеров и снижает затраты на логистику.

На рисунке 1 представлена тепловая карта, которая отображает время доставки нефти (в часах) от трех танкеров к трем резервуарам.

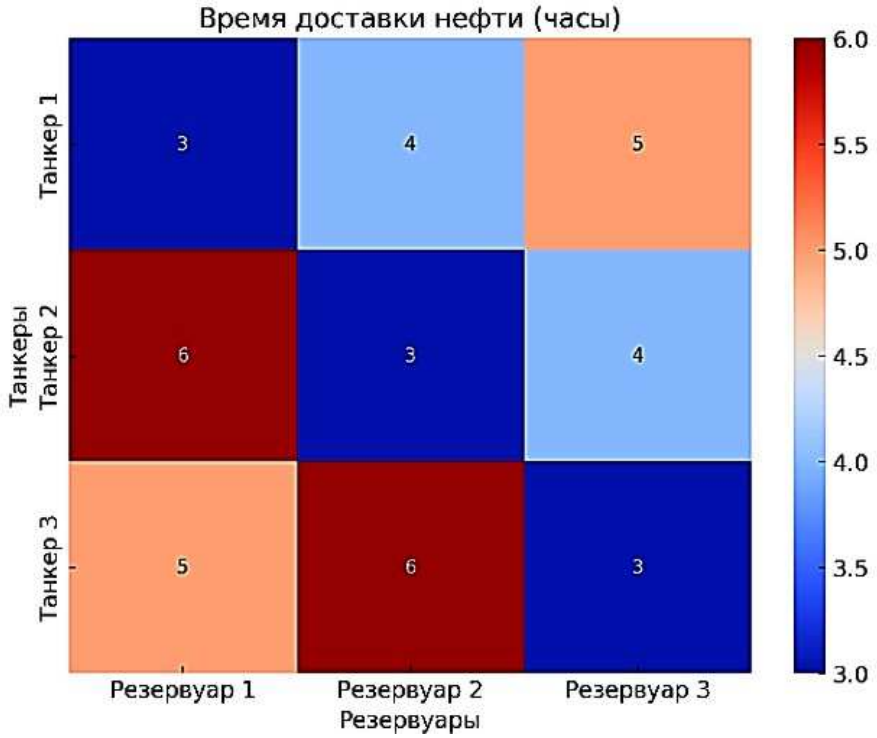

Рисунок 1 – Тепловая карта времени доставки нефти от трёх танкеров к трём резервуарам

Описание осей: По горизонтали (*X* – ось): обозначены резервуары (Резервуар 1, Резервуар 2, Резервуар 3). По вертикали (*Y* – ось): обозначены танкеры (Танкер 1, Танкер 2, Танкер 3).

Описание данных: В ячейках указаны значения времени доставки нефти (в часах) от конкретного танкера к конкретному резервуару. Цветовая шкала помогает визуально оценить, какие маршруты более быстрые (более светлый цвет) и какие требуют больше времени (более темный цвет).

Как интерпретировать рисунок: Например, если в строке «Танкер 1» и колонке «Резервуар 2» указано значение 4 часа, это значит, что Танкер 1 доставляет нефть в Резервуар 2 за 4 часа. Если в другой ячейке значение 6 часов, то этот маршрут занимает больше времени, чем предыдущий. Более светлые оттенки обозначают короткое время доставки, а более темные – долгое.

Результат. После применения алгоритма Гровера и его повторений, мы получаем с высокой вероятностью оптимальное распределение судов по резервуарам, которое минимизирует время доставки нефти и удовлетворяет всем ограничениям.

Заключение. Использование алгоритма Гровера для решения задачи маршрутизации судов позволяет значительно ускорить поиск оптимальных решений по сравнению с классическими методами. С помощью амплитудного усиления мы можем эффективно находить минимальное время доставки нефти, обеспечивая при этом соблюдение всех ограничений. Это открывает возможности для применения квантовых методов в логистических и оптимизационных задачах на морских терминалах и других областях.

Применение квантовых алгоритмов, таких как QA и Гровера, обещает значительное ускорение решения задач оптимизации в логистике, маршрутизации судов и распределении нефти. Несмотря на то, что квантовые вычисления еще не достигли полного промышленного применения, их потенциал для решения сложных задач оптимизации, которые не могут быть эффективно решены с использованием классических методов, является весьма перспективным.

Список литературы:

1. Бенсон Д. Транспорт и доставка грузов / Д. Бенсон, Дж. Уайхед; Пер. с англ. – М. : Транспорт, 1990. – 279 с.
2. Беленький А.С. Применение моделей и методов теории расписаний в задачах оптимального планирования на грузовом транспорте: Обзор / А.С. Беленький, Е.В. Левнер // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 1. – С. 3–77.
3. Зак Ю.А. Математические модели и алгоритмы построения эффективных маршрутов доставки грузов. – М. : РУСАЙНС, 2015. – 306 с.
4. Зак Ю.А. Об одной задаче построения допустимых и оптимальных маршрутов доставки грузов // Информационные технологии. – 2015. – № 5. – С. 373–384.
5. Domschke W. Logistik: Transport. Grundlagen lineare Transport- und Umladeprobleme. 5. Auflage. – Mьnchen-Wien : R. Oldenburg Verlag, 2007. – 234 p.
6. Grunert T. Imich St. Optimierung in Transport, 1. Grundlagen & 2. – Wege und Touren: Shaker Verlag. – 2005.
7. Subset-row inequalities applied to the vehicle-routing problem with time windows / M. Jepsen [et al.] // Operations Research. – 2008. – Vol. 56. – № 2. – P. 497–511.

List of references:

1. Benson D. Transport und Lieferung von Waren / D. Benson, J. Whitehead; Übersetzung aus dem Englischen. – M. : Transport, 1990. – 279 p.
2. Belenkiy A.S. Application of models and methods of the theory of schedules in the problems of optimal planning in freight transportation: A review / A.S. Belenkiy, E.V. Levner // Automatik und Telemechanik. – 1989. – № 1. – P. 3–77.
3. Zak Yu.A. Mathematical models and algorithms for building efficient cargo delivery routes. – M. : RUSAINS, 2015. – 306 p.
4. Zak, Yu.A. About one task of construction of admissible and optimal routes of cargo delivery // Information technologies. – 2015. – № 5. – P. 373–384.
5. Domschke W. Logistik: Transport. Grundlagen lineare Transport- und Umladeprobleme. 5. Auflage. – Mьnchen-Wien : R. Oldenburg Verlag, 2007. – 234 p.
6. Grunert T. Imich St. Optimierung in Transport, 1. Grundlagen & 2. – Wege und Touren: Shaker Verlag. – 2005.
7. Subset-row inequalities applied to the vehicle-routing problem with time windows / M. Jepsen [et al.] // Operations Research. – 2008. – Vol. 56. – № 2. – P. 497–511.